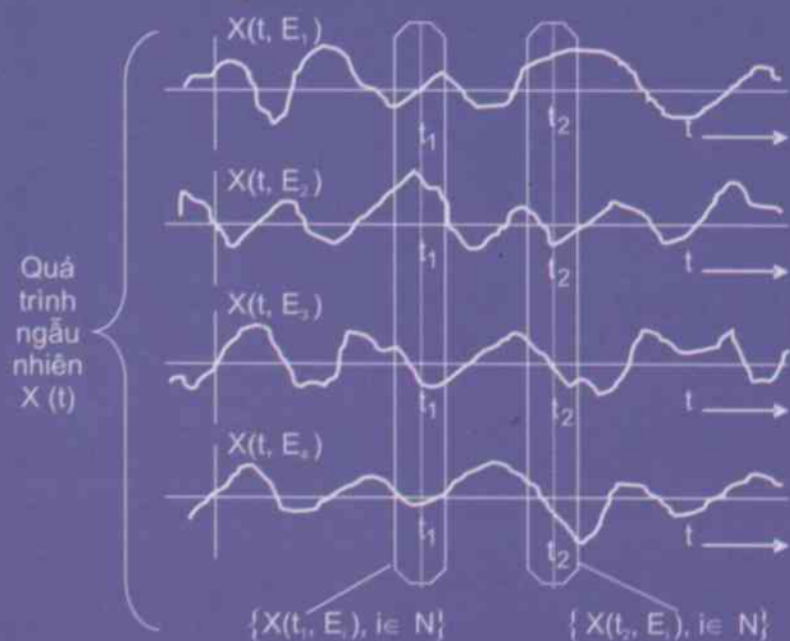


HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
PGS.TS. LÊ BÁ LONG

GIÁO TRÌNH

Xác suất và Thống kê



NHÀ XUẤT BẢN THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
PGS.TS. LÊ BÁ LONG

GIÁO TRÌNH
**Xác suất và
Thống kê**

NHÀ XUẤT BẢN THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG

LỜI NÓI ĐẦU

Lý thuyết xác suất và thống kê là một bộ phận của toán học nghiên cứu các hiện tượng ngẫu nhiên và ứng dụng chúng vào thực tế. Có thể coi hiện tượng ngẫu nhiên là hiện tượng không thể biết trước nó xảy ra hay không xảy ra, khi thực hiện một lần quan sát. Tuy nhiên, nếu tiến hành quan sát khá nhiều lần một hiện tượng ngẫu nhiên trong các phép thử như nhau, ta có thể rút ra được những kết luận khoa học về hiện tượng này. Lý thuyết xác suất cũng là cơ sở để nghiên cứu Thống kê - môn học nghiên cứu các phương pháp thu thập thông tin chọn mẫu, xử lý thông tin, nhằm rút ra các kết luận hoặc quyết định cần thiết.

Ngày nay, với sự hỗ trợ tích cực của máy tính điện tử và công nghệ thông tin, lý thuyết xác suất và thống kê ngày càng được ứng dụng rộng rãi và hiệu quả trong nhiều lĩnh vực của tự nhiên và xã hội. Để phục vụ nhu cầu học tập cho sinh viên, Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông phối hợp với Nhà xuất bản Thông tin và Truyền thông xuất bản **“Giáo trình Xác suất và thống kê”** do PGS.TS. Lê Bá Long biên soạn.

Giáo trình được biên soạn cho Hệ đại học chuyên ngành Điện tử viễn thông và Công nghệ thông tin, dựa trên nền chương trình khung của Bộ Giáo dục - Đào tạo và theo đề cương chương trình của Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông phê duyệt năm 2007, cùng với kinh nghiệm giảng dạy nhiều năm của tác giả theo định hướng ứng dụng cho các ngành kỹ thuật.

Nội dung giáo trình gồm 6 chương, tương ứng với 4 đơn vị học trình:

Chương 1: Các khái niệm cơ bản về xác suất

Chương 2: Biến ngẫu nhiên và các đặc trưng của chúng

Chương 3: Véc tơ ngẫu nhiên và các đặc trưng cơ bản của chúng

Chương 4: Luật số lớn và định lý giới hạn

Chương 5: Thống kê toán học

Chương 6: Quá trình ngẫu nhiên và chuỗi Markov.

Điều kiện tiên quyết cho môn học xác suất và thống kê là hai môn toán cao cấp đại số và giải tích trong chương trình toán đại cương.

Một số giáo trình trình bày lý thuyết xác suất trên cơ sở hệ tiên đề Kolmogorov, trong đó xác suất là một độ đo σ - cộng tính các định trong σ -đại số các biến cố. Với cách xây dựng này, các khái niệm và định lý được trình bày ngắn gọn hơn, mạch lạc hơn, tổng quát hơn. Tuy nhiên vì sự hạn chế về thời gian của chương trình toán dành cho ngành kỹ thuật nên tác giả lựa chọn cách tiếp cận lý thuyết xác suất theo hướng ứng dụng mà không theo hướng hệ tiên đề. Một số khái niệm được hình thành từ các ví dụ cụ thể, nhiều kết quả và định lý chỉ được phát biểu và minh họa chứ không có điều kiện để chứng minh chi tiết.

Giáo trình được trình bày phù hợp với người tự học. Trước khi nghiên cứu nội dung chi tiết, bạn đọc nên xem phần giới thiệu của mỗi chương để thấy được mục đích, ý nghĩa, yêu cầu chính của chương đó. Tại mỗi chương, mỗi nội dung bạn đọc có thể tự đọc và hiểu được căn kẽ thông qua cách diễn đạt và chỉ dẫn rõ ràng. Đặc biệt bạn đọc nên chú ý đến các nhận xét để hiểu sâu hơn hoặc mở rộng tổng quát hơn các kết quả và hướng ứng dụng vào thực tế. Trong giáo trình tác giả đưa vào nhiều ví dụ minh họa trực tiếp cho các khái niệm, định lý hoặc các thuật toán, vì vậy sẽ giúp người đọc dễ dàng hơn khi tiếp thu bài học. Cuối mỗi chương đều có các câu hỏi luyện tập và bài tập. Bộ câu hỏi này bao trùm toàn bộ nội dung trong chương: có những câu kiểm tra trực tiếp các kiến thức vừa được học nhưng cũng có những câu đòi hỏi bạn đọc phải vận dụng một cách tổng hợp và sáng tạo các kiến thức để giải quyết. Vì vậy việc giải các bài tập này giúp bạn đọc nắm chắc hơn lý thuyết và tự kiểm tra được mức độ tiếp thu lý thuyết của mình.

Giáo trình là tài liệu học tập và tham khảo hữu ích cho sinh viên tất cả các trường đại học và cao đẳng kỹ thuật trong cả nước. Trong quá trình biên soạn khó tránh khỏi thiếu sót, Học viện rất mong nhận được ý kiến góp ý của các bạn đồng nghiệp và bạn đọc gần xa.

Trân trọng cảm ơn!

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG

MỤC LỤC

<i>Lời nói đầu</i>	3
Chương 1: CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ XÁC SUẤT	11
<i>Giới thiệu</i>	11
1.1 Phép thử và biến cố	12
1.1.1 Phép thử (Experiment)	12
1.1.2 Biến cố (Event)	13
1.1.3 Quan hệ giữa các biến cố	14
1.2 Định nghĩa xác suất và các tính chất	17
1.2.1 Định nghĩa cổ điển về xác suất	18
1.2.2 Các quy tắc đếm	20
1.2.3 Định nghĩa xác suất theo thống kê	24
1.2.4 Định nghĩa xác suất theo hình học	25
1.2.5 Các tính chất và định lý xác suất	27
1.2.6 Nguyên lý xác suất lớn, xác suất nhỏ	32
1.3 Xác suất có điều kiện	33
1.3.1 Định nghĩa và các tính chất của xác suất có điều kiện	33
1.3.2 Quy tắc nhân xác suất	36
1.3.3 Công thức xác suất đầy đủ	40
1.3.4 Công thức Bayes	41
1.4 Dây phép thử Bernoulli	46
<i>Câu hỏi ôn tập và bài tập</i>	50
Chương 2: BIẾN NGẪU NHIÊN VÀ CÁC ĐẶC TRƯNG CỦA CHÚNG	55
<i>Giới thiệu</i>	55
2.1 Định nghĩa và phân loại biến ngẫu nhiên	57
2.1.1 Định nghĩa biến ngẫu nhiên	57
2.1.2 Hàm phân bố xác suất	58
2.1.3 Phân loại	63

2.2 Biến ngẫu nhiên rời rạc	64
2.2.1 Hàm khối lượng xác suất và bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc	64
2.2.2 Các phân bố rời rạc thường gặp	68
2.3 Biến ngẫu nhiên liên tục	75
2.3.1 Hàm mật độ xác suất của biến ngẫu nhiên liên tục	75
2.3.2 Các phân bố liên tục thường gặp	78
2.4 Các tham số đặc trưng của biến ngẫu nhiên	89
2.4.1 Kỳ vọng toán	89
2.4.2 Phương sai	94
2.4.3 Phân vị, trung vị	97
2.4.4 Môđ	98
2.4.5 Mô men, hệ số bất đối xứng, hệ số nhọn	101
2.5 Hàm đặc trưng	102
2.5.1 Định nghĩa	102
2.5.2 Tính chất	102
2.5.3 Các đặc trưng của các quy luật phân bố xác suất thường gặp	104
<i>Câu hỏi ôn tập và bài tập</i>	105
Chương 3: Véc tơ ngẫu nhiên	113
<i>Giới thiệu</i>	113
3.1 Khái niệm véc tơ ngẫu nhiên	114
3.1.1 Định nghĩa véc tơ ngẫu nhiên	114
3.1.2 Hàm phân bố xác suất	115
3.2 Bảng phân bố xác suất của véc tơ ngẫu nhiên rời rạc hai chiều	117
3.2.1 Bảng phân bố xác suất đồng thời	118
3.2.2 Bảng phân bố xác suất biên	119
3.3 Hàm mật độ xác suất của véc tơ ngẫu nhiên liên tục	122
3.3.1 Hàm mật độ xác suất đồng thời	122
3.3.2 Hàm mật độ xác suất biên	123

3.4 Tính độc lập của các biến ngẫu nhiên	127
3.5 Các tham số đặc trưng của véc tơ ngẫu nhiên	129
3.5.1 Kỳ vọng và phương sai của các biến ngẫu nhiên thành phần	129
3.5.2 Hiệp phương sai	130
3.5.3 Ma trận hiệp phương sai	131
3.5.4 Hệ số tương quan	131
3.6 Hàm của các biến ngẫu nhiên	135
3.6.1 Hàm của một biến ngẫu nhiên	135
3.6.2 Hàm của hai biến ngẫu nhiên	139
3.6.3 Hàm phân bố của tổng hai biến ngẫu nhiên	141
3.6.4 Hai hàm của hai biến ngẫu nhiên liên tục	145
3.6.5 Kỳ vọng của hàm các biến ngẫu nhiên	150
3.7 Phân bố có điều kiện và kỳ vọng có điều kiện	153
3.7.1 Phân bố có điều kiện và kỳ vọng có điều kiện của hai biến ngẫu nhiên rời rạc	153
3.7.2 Phân bố có điều kiện và kỳ vọng có điều kiện của hai biến ngẫu nhiên liên tục	157
3.7.3 Biến ngẫu nhiên kỳ vọng có điều kiện	159
3.8 Phân bố chuẩn nhiều chiều	160
3.8.1 Khái niệm phân bố chuẩn n chiều	160
3.8.2 Phân bố chuẩn hai chiều	162
<i>Câu hỏi ôn tập và bài tập</i>	165
Chương 4: LUẬT SỐ LỚN VÀ ĐỊNH LÝ GIỚI HẠN	171
<i>Giới thiệu</i>	171
4.1 Các dạng hội tụ của dãy các biến ngẫu nhiên	172
4.1.1 Hội tụ theo xác suất	172
4.1.2 Hội tụ theo phân bố	172
4.2 Luật số lớn	173
4.2.1 Bất đẳng thức Markov	173
4.2.2 Bất đẳng thức Trêbusép	174

4.2.3 Luật số lớn Trêbusép	175
4.2.4 Luật số lớn Bernoulli	177
4.3 Định lý giới hạn trung tâm	178
4.4 Xấp xỉ phân bố nhị thức	179
4.4.1 Xấp xỉ phân bố nhị thức bằng phân bố chuẩn	179
4.4.2 Xấp xỉ phân bố nhị thức bằng phân bố Poisson	181
<i>Câu hỏi ôn tập và bài tập</i>	<i>183</i>
Chương 5: THỐNG KÊ TOÁN HỌC	187
<i>Giới thiệu</i>	<i>187</i>
5.1 Lý thuyết mẫu	188
5.1.1 Sự cần thiết phải lấy mẫu	188
5.1.2 Tổng thể nghiên cứu, dấu hiệu nghiên cứu	189
5.1.3 Mẫu ngẫu nhiên	190
5.1.4 Các phương pháp mô tả mẫu ngẫu nhiên	191
5.1.5 Thống kê và các đặc trưng của mẫu ngẫu nhiên	196
5.1.6 Quy luật phân bố xác suất của một số thống kê đặc trưng mẫu	201
5.2 Lý thuyết ước lượng	203
5.2.1 Phương pháp ước lượng điểm	203
5.2.2 Phương pháp ước lượng bằng khoảng tin cậy	212
5.2.3 Khoảng tin cậy của kỳ vọng của biến ngẫu nhiên phân bố chuẩn	212
5.2.4 Khoảng tin cậy cho tần suất p	217
5.2.5 Ước lượng phương sai của biến ngẫu nhiên có phân bố theo tiêu chuẩn $N(\mu, \sigma^2)$	219
5.3 Kiểm định giả thiết thống kê	223
5.3.1 Khái niệm chung	223
5.3.2 Kiểm định giả thiết về kỳ vọng của biến ngẫu nhiên có phân bố chuẩn	227
5.3.3 Kiểm định giả thiết về tần suất	232
<i>Câu hỏi ôn tập và bài tập</i>	<i>135</i>